



**Höhere Quantentheorie und Elektrodynamik**  
**Wintersemester 2022/23 - Übungsblatt 12**

Ausgabe: 30.01.2023, Abgabe: 06.02.2023, Übungen: 09.02.2023

**Aufgabe 36: Lorentz-Transformation von elektromagnetischen Feldern**  
**(schriftlich, 6 Punkte)**

Man betrachte uniforme und konstante elektromagnetische Felder  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  ( $\mathbf{E} \nparallel \mathbf{B}$ ) in einem Bezugssystem  $\mathcal{R}$ .

1. Finden Sie ein Bezugssystem  $\mathcal{R}'$ , in dem für die transformierten Felder  $\mathbf{E}' \parallel \mathbf{B}'$  gilt.

a) Bestimmen Sie die transformierten Felder  $\mathbf{E}'$  und  $\mathbf{B}'$  im Falle eines allgemeinen Boosts mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$ .

*Hinweise:* Betrachten Sie die Komponenten der Felder, die parallel und senkrecht zu  $\mathbf{v}$  sind. Legen Sie z.B. die  $x$ -Achse parallel zu  $\mathbf{v}$  fest.

b) Betrachten Sie den Fall, wenn  $\mathbf{v}$  in der Ebene von  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  liegt. Kann man mit einem solchen Boost  $\mathbf{E}' \parallel \mathbf{B}'$  erreichen?

*Hinweis:* Nutzen Sie aus, dass  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$  eine Invariante der Lorentz-Transformation ist.

c) Betrachten Sie den Fall, wenn  $\mathbf{v}$  senkrecht zur Ebene von  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  liegt. Versuchen Sie, eine Lösung des Problems in diesem Fall zu finden. Ist es immer möglich?

*Hinweis:* Sie können  $\mathbf{E}' \times \mathbf{B}' = 0$  ausnutzen.

d) Ist die gefundene Lösung eindeutig?

2\*. Geben Sie die Beträge von  $E'$  und  $B'$  im Bezugssystem  $\mathcal{R}'$  an.

*Hinweis:* Hier können Sie noch eine Invariante der Lorentz-Transformation verwenden.

**Aufgabe 37: Kovariante Formulierung der Lorentzkraft**  
**(schriftlich, 4 Punkte)**

Zeigen Sie, dass die kovariante Bewegungsgleichung

$$m \frac{du^\nu}{d\tau} = q F^{\nu\mu} u_\mu$$

die Lorentzkraft enthält. Da es sich um eine vierkomponentige Gleichung handelt, erhalten Sie noch eine weitere Gleichung. Leiten Sie aus dieser eine Erhaltungsgröße ab. Nehmen Sie dazu an, dass das elektrische Feld  $\mathbf{E}$  von einem zeitunabhängigen Potential  $\phi$  erzeugt wird und schreiben Sie damit die rechte Seite als Zeitableitung.