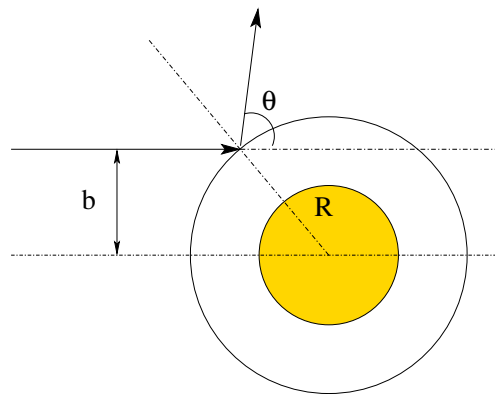


**Physik IV: Integrierter Kurs (Theoretische Physik)  
 Sommersemester 2023 - Übungsblatt 1**

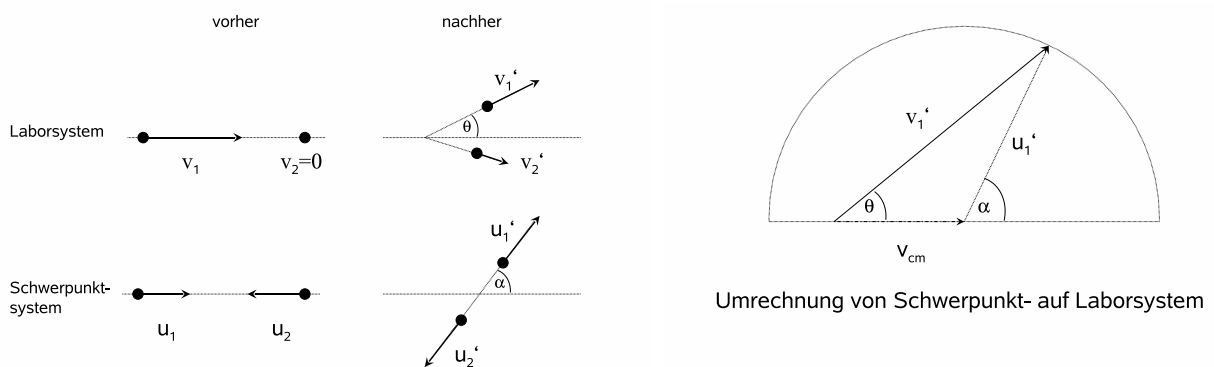
Ausgabe: 19.04.2023, Abgabe: 26.04.2023, Übungen: 21./28.04.2023

**Aufgabe 1: Elastische Streuung harter Kugeln (Präsenzübung 21.04.2023)**

Es soll die elastische Streuung zweier harter Kugeln mit Radius  $R$  und mit den Massen  $m_1$  und  $m_2$  betrachtet werden. Nehmen Sie an, die Kugel 2 ruhe vor dem Stoß (im Laborsystem).



a) Bestimmen Sie den Stoßparameter  $b(\vartheta)$  als Funktion des Streuwinkels  $\vartheta$ , wenn Kugel 2 festgehalten wird.



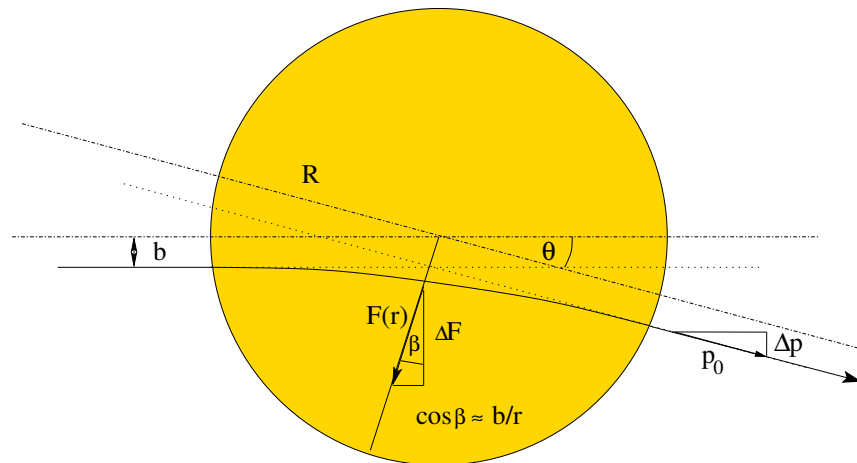
b) Zeigen Sie unter Ausnutzung der Impuls- und Energieerhaltung, dass zwischen dem Streuwinkel im Laborsystem  $\vartheta$  und dem Streuwinkel im Schwerpunktsystem  $\alpha$  folgender Zusammenhang gilt:

$$\tan \vartheta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \frac{m_1}{m_2}}$$

Was folgt daraus für  $m_1 = m_2$ ? Wann erhalten Sie den in a) betrachteten Fall?

## Aufgabe 2: Thomson Atommodell

Zeigen Sie, dass die Streuung von geladenen  $\alpha$ -Teilchen an einer homogen geladenen Kugel ("Thomson Modell") nur zu kleinen Streuwinkeln führt. Berechnen Sie dazu den Ablenkwinkel aus der Impulsänderung beim Durchflug durch eine homogen geladene Kugel ( $Q = Ze$ ) in Abhängigkeit vom Stoßparameter  $b$  für  $b \leq R$ .



Bestimmen Sie damit den maximalen Ablenkwinkel für die Streuung von  $\alpha$ -Teilchen mit der kinetischen Energie von 1 MeV an einem Gold-Atom ( $Z = 79$ ,  $R = 1 \text{ \AA}$ ).

*Hinweise:* Vernachlässigen Sie die Ablenkung außerhalb der geladenen Kugel (neutrales Atom). Innerhalb der Kugel ist das elektrische Feld gegeben durch

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{R^3}.$$

## Aufgabe 3: Rutherford-Streuung (schriftlich - 13 Punkte)

Beim Rutherford-Versuch wurden  $\alpha$ -Teilchen auf eine dünne Folie geschossen um aus der Verteilung der Streuwinkel Erkenntnisse über die Zusammensetzung der Atomkerns zu erlangen. Das Ergebnis ließ sich nur mit einem punktförmigen Atomkern erklären.

a) (3 Punkte) Leiten Sie aus der Newtonschen Bewegungsgleichung eines  $\alpha$ -Teilchens der Masse  $m_\alpha$  im Feld einer  $Z$ -fach geladenen Punktladung in Zylinderkoordinaten folgende Gleichungen her:

$$m_\alpha (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad m_\alpha (2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}) = 0.$$

Was bedeutet die zweite Gleichung für den Drehimpuls  $\mathbf{L} = m_\alpha \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}$ ?

b) (2 Punkte) Das  $\alpha$ -Teilchen habe für  $t \rightarrow -\infty$  den Abstand  $b$  von der Streuachse (Stoßparameter) und fliege mit der Geschwindigkeit  $v_0$ . leiten Sie damit diese Bewegungsgleichung her:

$$\ddot{r} = \frac{b^2 v_0^2}{r^3} + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_\alpha r^2}.$$

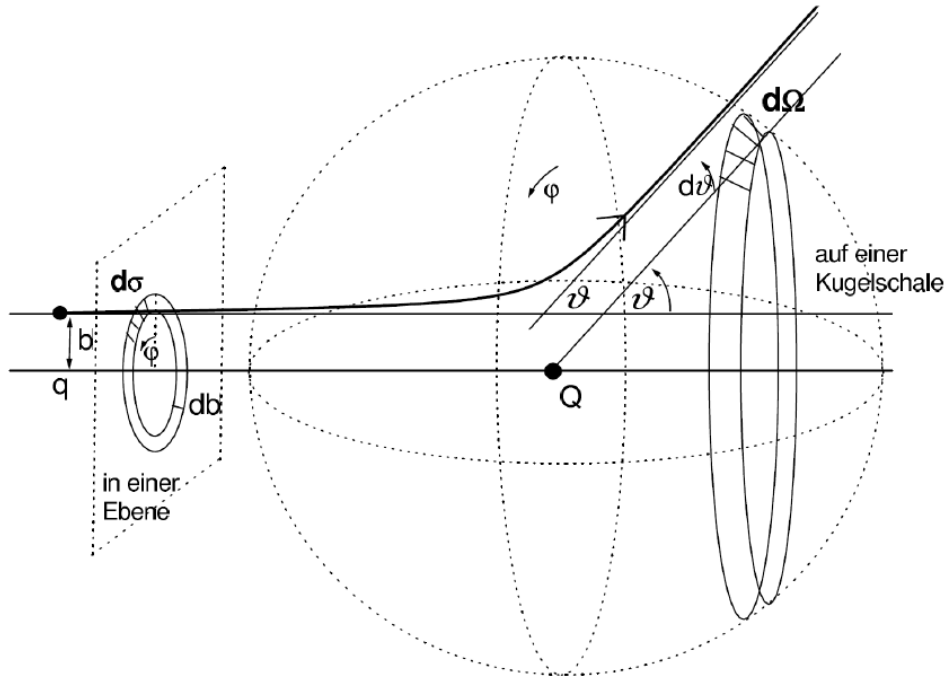
c) (4 Punkte) Lösen Sie die Bewegungsgleichung mit Hilfe der Substitution  $u = 1/r$ . Es ergibt sich die Gleichung  $A \cos(\varphi + \delta) = 1/r + c$ . Mit Hilfe der Anfangsbedingungen können Sie dann

$$b(\delta) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_\alpha v_0^2} \tan \delta$$

bestimmen. Was ist die Bedeutung von  $\delta$ ? ( $A$  muss nicht bestimmt werden.)

d) (2 Punkte) Finden Sie den Zusammenhang zwischen  $\vartheta$  und  $\delta$  indem Sie sich die Gleichung aus c) für  $t \rightarrow -\infty$  und  $t \rightarrow \infty$  anschauen. Schreiben Sie das Ergebnis damit um zu:

$$b(\vartheta) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_\alpha v_0^2} \cot \frac{\vartheta}{2}.$$



e) (2 Punkte) Der differentielle Wirkungsquerschnitt beschreibt die Charakteristik der Streuung und lässt sich so berechnen:

$$\sigma_\Omega = \frac{b(\vartheta)}{\sin \vartheta} |b\vartheta|.$$

Machen Sie sich diese Formel anhand der Skizze ( $Q = Ze, q = 2e$ ) klar.

Bestimmen Sie damit für  $b(\vartheta)$  aus d) den differentielle Wirkungsquerschnitt für die Rutherfordstreuung (mit  $E_0 = m_\alpha v_0^2/2$ ) zu

$$\sigma_\Omega(\vartheta) = \frac{Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 4E_0^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}.$$