

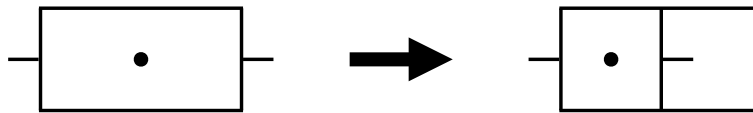
Quantencomputing und Quantensimulation Sommersemester 2022 - Übungsblatt 1

Ausgabe: 11.04.2022, Abgabe: 25.04.2022, Übungen: 28.04.2022

Aufgabe 1: Landauer Prinzip (3 Punkte)

Wir betrachten einen Kasten mit Volumen V der mit einem idealen Gas gefüllt ist. Wenn das Gas aus einem einzigen Atom besteht ($N = 1$), können wir das System als Realisierung eines klassischen Bits betrachten, wobei jeweils der Zustand '0' ('1') dem Fall entspricht, bei dem sich das Atom in der linken (rechten) Hälfte des Kastens befindet. Um diese Zustände erzeugen zu können, kann das Gas mithilfe von verstellbaren Wänden auf die eine oder andere Hälfte des Kastens komprimiert werden, wobei diese Kompression isotherm verläuft.

Wir betrachten nun den Löschvorgang eines Bits, dessen Wert wir nicht kennen. Zu Beginn füllt das Gas somit den gesamten Kasten aus, was einer gleichförmigen Verteilung des Bits auf '0' und '1' entspricht. Um das Bit zu löschen, wird es auf den Zustand '0' umgeschrieben, indem das Gas auf die rechte Hälfte des Kastens komprimiert wird.



a) (1 Punkt) Was gilt für die innere Energie U des idealen Gases mit $dU = TdS - pdV = \delta Q + \delta W$? Was folgt daraus für den Zusammenhang zwischen zugeführter Wärme δQ und am System verrichteter Arbeit δW ?

b) (1 Punkt) Berechnen Sie die verrichtete Arbeit $\delta W = -pdV$ mithilfe der idealen Gasgleichung für $N = 1$

$$pV = Nk_B T$$

c) (1 Punkt) Was folgt daraus für δQ ? Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 2: Boolesche Funktionen (2 Punkte)

Wir betrachten Boolesche Funktionen der Form

$$f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^m.$$

Wie viele unterschiedliche Boolesche Funktionen dieser Art gibt es?

Hinweis: Überlegen Sie sich, wie viele Input-Kombinationen und wie viele Output-Kombinationen pro Input existieren. Leiten Sie daraus kombinatorisch die gesamte Anzahl möglicher Output-Kombinationen her.

Aufgabe 3: Komplexität der Multiplikation (2 Punkte)

- a) (1 Punkt) Erklären Sie anhand eines selbstgewählten Beispiels, wie die schriftliche Multiplikation zweier Zahlen im Binärsystem funktioniert.
- b) (1 Punkt) Überlegen Sie sich, wie die Anzahl an benötigten Rechenschritten bei der Multiplikation zweier n -Bit Zahlen skaliert. Verwenden Sie dazu die Groß-O Notation.