

## Übungsblatt 7

(Abgabe am 15.12.21 im Hörsaal oder per E-mail, Übung am 16.12.21 oder 17.12.21)

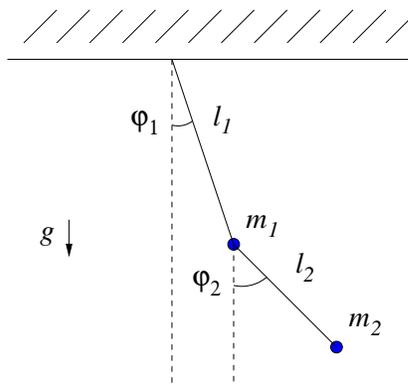
### Aufgabe 17: Die Lagrangefunktion

(4 Kreuze)

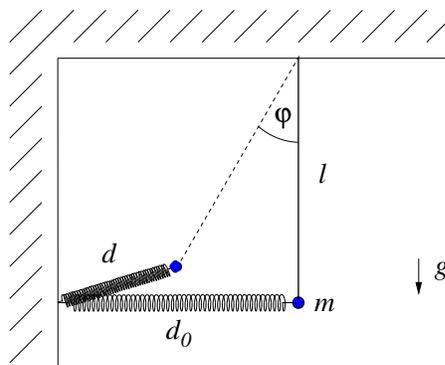
Betrachten Sie die folgenden mechanischen Systeme (a)-(d) (ohne Reibung, starre, masselose Stäbe, Punktmassen) und beantworten Sie jeweils die folgenden Fragen.

- i) Wie lauten die Zwangsbedingungen und von welcher Art sind diese?
- ii) Wieviele Freiheitsgrade gibt es? Geben Sie geeignete generalisierte Koordinaten an.
- iii) Wie lautet die Lagrangefunktion des Systems?
- iv) Wie lauten die Lagrange-Bewegungsgleichungen 2. Art?

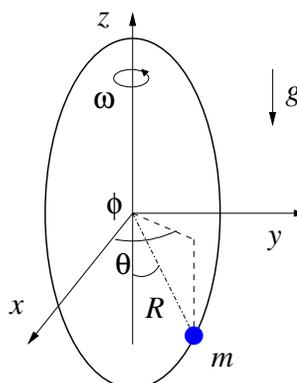
- a) Das ebene Doppelpendel bestehend aus den Massen  $m_1$  und  $m_2$  mit den Pendellängen  $l_1$  und  $l_2$ :



- b) Das gefangene ebene Pendel der Länge  $l$  und Masse  $m$  mit einer Feder der Länge  $d$  (Ruhelänge  $d_0$ ) und Federkonstante  $k$ :

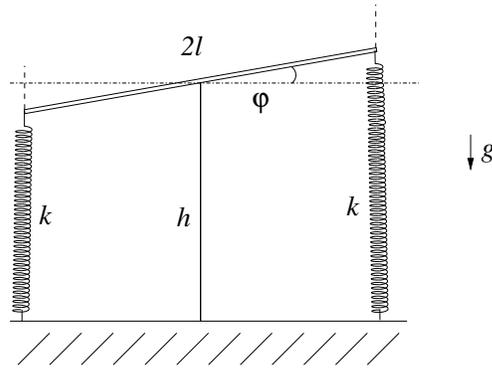


- c) Die Perle der Masse  $m$  auf dem mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotierenden Kreis vom Radius  $R$ :



- d) Die ebene Wippe, ein massiver Stab der Länge  $2l$ , welcher drehbar in seinem Schwerpunkt gelagert und mit zwei Federn (Federkonstante  $k$ ) am Boden befestigt ist:

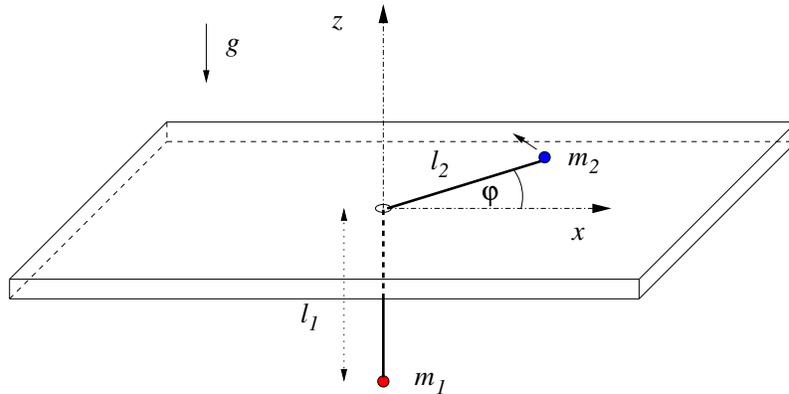
*Hinweis:* Das Trägheitsmoment des Stabes beträgt  $ml^2/3$ .



### Aufgabe 18: Der verzögerte, freie Fall

(schriftlich, 6 Punkte)

Eine Masse  $m_2$  rotiere reibungsfrei auf einer Tischplatte. Über einen Faden der Länge  $l$  sei  $m_2$  durch ein Loch in der Tischplatte fest mit einer zweiten Masse  $m_1$  verbunden. Gesucht ist die Bewegung der Masse  $m_1$  unter dem Einfluss der Schwerkraft und die Bewegung der Masse  $m_2$ . Die Masse  $m_1$  befindet sich gerade unter dem Loch, und bewegt sich also nur senkrecht im Bezug zum Tisch.



- (1 Punkt) Wie lauten die Zwangsbedingungen und wieviele Freiheitsgrade hat das System?
- (1 Punkt) Stellen Sie die Lagrangefunktion 2. Art auf.
- (2 Punkte) Wie lauten die Bewegungsgleichungen? Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichungen die Drehimpuls- und Energieerhaltung beschreiben.
- (2 Punkte) Unter welcher Bedingung bewegt sich die Masse  $m_1$  nach oben oder nach unten? Welche Bewegung erhält man für den Spezialfall  $\dot{\varphi} = 0$ ?