Fachbereich Physik

Prof. Dr. Guido Burkard
Dr. Joris Kattemölle (Übungen)
Übungen zur Vorlesung Physik III: Integrierter Kurs (Theorie)
Wintersemester 2021/22
`www.tinyurl.com/2021ik3`

Universität Konstanz

Übungsblatt 13 (von 13)

(Abgabe am 09.02.22 im Hörsaal oder per E-mail, Übung am 10.02.22 oder 11.02.22)

Aufgabe 30: Kanonische Transformationen **(6 Kreuze)**

a) Finden Sie die Parameter α und β für die die folgende Transformation kanonisch ist:

$$q' = q^\alpha \cos(\beta p) \quad , \quad p' = q^\alpha \sin(\beta p)\,. \tag{1}$$

b) Bestimmen Sie die erzeugende Funktion $F(p, q')$ der Transformation (1) aus den Gleichungen

$$q = -\frac{\partial F(p,q')}{\partial p} \quad , \quad p' = -\frac{\partial F(p,q')}{\partial q'}\,. \tag{2}$$

Hinweis: Beachten Sie, dass hier die Erzeugende als Funktion von p und q' betrachtet wird.

c) Leiten Sie die Gleichungen (2) analog zur Vorlesung ab.

Aufgabe 32: Hamilton-Jacobi **(8 Punkte)**

Verwenden Sie die Hamilton-Jacobi-Methode um das Keplerproblem mit der Hamiltonfunktion

$$H(r,\varphi,\vartheta,p_r,p_\varphi,p_\vartheta,t) = \frac{1}{2m}\left(p_r^2 + \frac{p_\vartheta^2}{r^2} + \frac{p_\varphi^2}{r^2\sin^2\vartheta}\right) - \frac{\gamma}{r}$$

(siehe Aufgabe 28) zu lösen. Hier ist γ ein Parameter mit Einheit Jm die die Stärke des Potentzials bestimmt.

a) Wie lautet die Hamilton-Jacobi-Differenzialgleichung?

b) Benutzen Sie den Separationsansatz $S = W_r(r) + W_\varphi(\varphi) + W_\vartheta(\vartheta) - V(t)$ und verwenden Sie die offensichtlichen Erhaltungsgrößen ($= p_i'$), um je eine gewöhnliche Differenzialgleichung für $W_r(r)$ und $W_\vartheta(\vartheta)$ zu erhalten. Argumentieren Sie, warum die Lösung der Differenzialgleichung für $W_\vartheta(\vartheta)$ im Coulombpotential trivial ist.

c) Erhalten sie aus $q_i' = \frac{\partial S}{\partial p_i'} = const.$ ein Integral der Form

$$\int \frac{\mathrm{d}u}{\sqrt{au^2+bu+c}}.$$

d) Das Integral aus c) ist analytisch lösbar (siehe eine Formelsammlung). Zeigen Sie damit, dass sich die Lösung des Keplerproblems in der Form

$$r(\varphi) = \frac{p}{1+\varepsilon\cos\varphi}$$

ergibt.

Viel Erfolg bei der Klausur!
22.02.2022, 8:00-11:00, Raum: ~~R711 und R712~~ Audimax (A600).
Bitte kommen Sie rechtzeitig, sodass es Zeit gibt für die Platzvergabe usw.
Während der Klausur dürfen Sie Ihre Maske abnehmen.
Bitte melden Sie sich rechtzeitig an (mindestens eine Woche vorher).
Erlaubte Hilfsmittel: Nur Schreibmaterial und ein beidseitig beschriebenes A4 Blatt (keine Taschenrechner, keine Handys/Smartphones etc.).