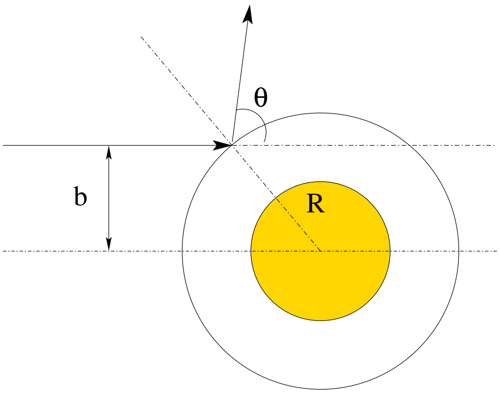
UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Guido Burkard
Dr. Wolf-Rüdiger Hannes
http://tinyurl.com/2024ik4

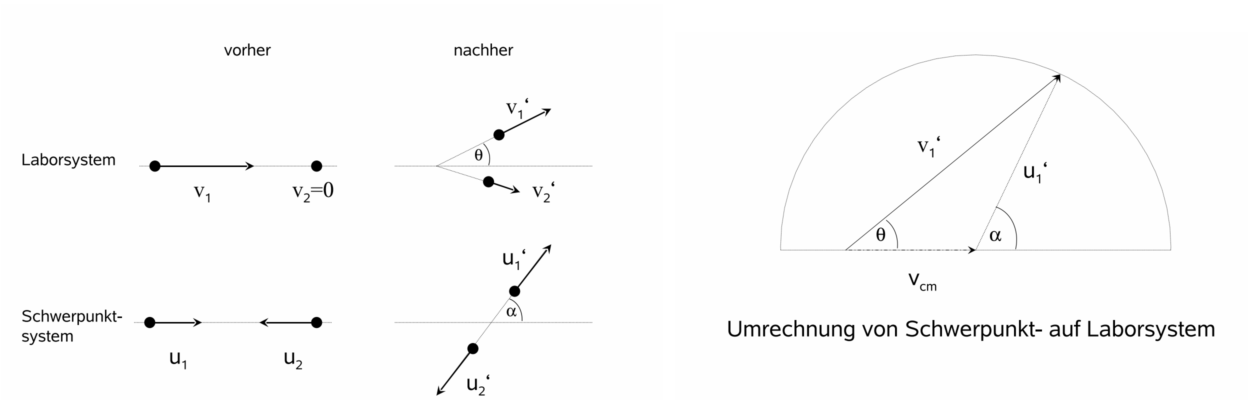
Physik IV: Integrierter Kurs (Theoretische Physik)
Sommersemester 2024 - Übungsblatt 1
Ausgabe: 10.04.2024, Abgabe: 17.04.2024, Übungen: 12./19.04.2024

Aufgabe 1: Elastische Streuung harter Kugeln (Präsenzübung 12.04.2024)

Es soll die elastische Streuung zweier harter Kugeln mit Radius R und mit den Massen m_1 und m_2 betrachtet werden. Nehmen Sie an, die Kugel 2 ruhe vor dem Stoß (im Laborsystem).



a) Bestimmen Sie den Stoßparameter $b(\vartheta)$ als Funktion des Streuwinkels ϑ, wenn Kugel 2 festgehalten wird.x



Umrechnung von Schwerpunkt- auf Laborsystem

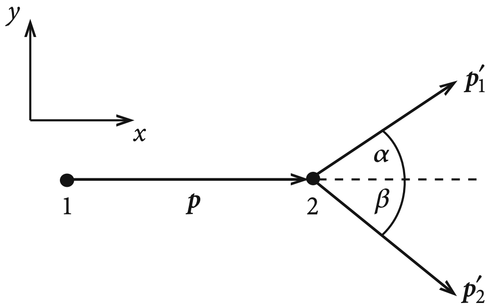
b) Betrachten Sie nun den Fall, dass Kugel 2 nicht festgehalten wird. Zeigen Sie unter Ausnutzung der Impuls- und Energieerhaltung, dass zwischen dem Streuwinkel im Laborsystem ϑ und dem Streuwinkel im Schwerpunktsystem α folgender Zusammenhang gilt:

$$\tan\vartheta = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha + \frac{m_1}{m_2}}$$

Was folgt daraus für $m_1 = m_2$? Wann erhalten Sie den in a) betrachteten Fall?

Aufgabe 2: Elastischer/Inelastischer Stoß

Ein Teilchen der Masse $m_1 = m$ mit dem Impuls $\mathbf{p_1} = \mathbf{p}$ treffe auf ein ruhendes Teilchen gleicher Masse. Nach dem Stoß streuen die Teilchen unter den Winkeln α bzw. β. Gehen Sie allgemein von einem inelastischen Stoß aus und lösen Sie die Aufgabe im Laborsystem.



a) Leiten Sie eine Beziehung zwischen $p = |\mathbf{p}|$ und den Winkeln α und β her.

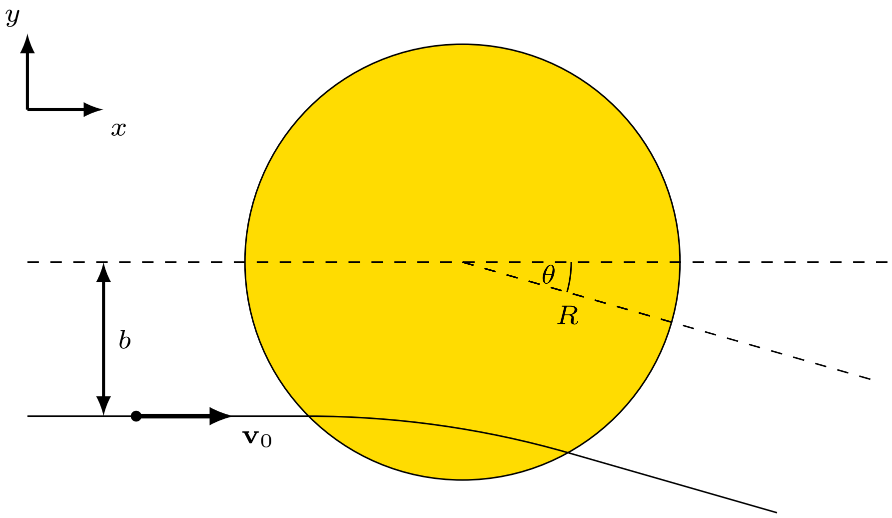
   Hinweis: Nutzen Sie die Impulserhaltung, um p'_1 bzw. p'_2 zu bestimmen und werten Sie dann die allgemeine Energieerhaltung mit innerem Energieterm Q aus.

b) Diskutieren Sie den Fall $\alpha = \beta$. Welchen Wert hat α beim elastischen Stoß ($Q = 0$). Welcher Anteil der kinetischen Energie kann beim inelastischen Stoß ($Q > 0$) maximal verloren gehen?

Aufgabe 3: Thomson Atommodell **(schriftlich - 9 Punkte)**

In dieser Aufgabe soll gezeigt werden, dass die Streuung von geladenen α-Teilchen an einer homogen geladenen Kugel (Ladung $Q = Ze$, Radius R) nur zu kleinen Streuwinkeln führt. Das α-Teilchen (Masse m) streue mit der kinetischen Energie von 1 MeV an einem Gold-Atom ($Z = 79$, $R = 1$ Å). Die Gesamtenergie bleibt beim Durchflug durch die homogen geladene Kugel konstant.

Hinweis: Vernachlässigen Sie die Ablenkung außerhalb der geladenen Kugel (neutrales Atom), relativistische Effekte (1 MeV $\ll mc^2$), sowie einen Impulsübertrag vom α-Teilchen auf das Atom.



a) Formulieren Sie die Lagrange-Funktion für das α-Teilchen innerhalb der Kugel. **(1 Punkt)**
   Hinweis: Der Betrag des elektrischen Feldes ist dort gegeben durch $E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{r}{R^3}$.

b) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen mithilfe der Lagrange-Gleichungen zweiter Art auf. Bestimmen Sie die Lösung $\mathbf{r}(t)$ mit den Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t = 0$ des Eintritts des α-Teilchens in die Kugel. **(3 Punkte)**

c) Berechnen Sie $\mathbf{v}(t)$. Verwenden Sie die Energieerhaltung ($|\mathbf{v}(t_e)|^2 = v_0^2$), um den Zeitpunkt t_e des Austritts aus der Kugel zu bestimmen.
Ergebnis: $\tanh \alpha t_e = \dfrac{2v_0\alpha\sqrt{R^2-b^2}}{v_0^2+\alpha^2R^2}$, wobei $\alpha^2 \equiv \dfrac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^3 m}$. **(2 Punkte)**

d) Maximieren Sie $\dfrac{v_y(t_e)}{v_x(t_e)} \equiv \dfrac{1}{f(b^2)}$ als Funktion des Stoßparameters. Prüfen und verwenden Sie dabei die Näherung $(\alpha R/v_0)^2 \ll 1$. **(2 Punkte)**
Hinweis: Es ist hilfreich, $f'(\lambda) = 0 \Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda} \ln f(\lambda) = 0$ zu verwenden.

e) Bestimmen Sie damit den maximalen Ablenkwinkel $\theta_{\max}$ unter Verwendung der Kleinwinkelnäherung. **(1 Punkt)**