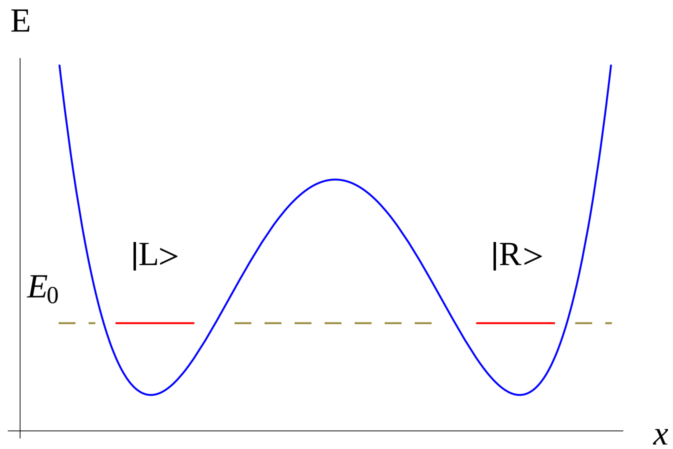
UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Guido Burkard
Dr. Wolf-Rüdiger Hannes
http://tinyurl.com/2024ik4

Physik IV: Integrierter Kurs (Theoretische Physik)
Sommersemester 2024 - Übungsblatt 12
Ausgabe: 03.07.2024, Abgabe: 10.07.2024, Übungen: 12.07.2024

Aufgabe 34: Zwei-Niveausystem **(mündlich)**

a) Betrachten Sie zunächst ein Doppelmulden-Potential, bei dem die Barriere in der Mitte so hoch ist, dass kein Teilchen diese durchdringen kann. In jedem der beiden Mulden soll es nur einen Zustand der Energie E_0 geben ($|L\rangle$ and $|R\rangle$).
Welcher Hamiltonoperator beschreibt das System?



b) Für eine kleinere Barriere ist Tunneln möglich, d.h.

$$H|L\rangle = E_0|L\rangle + t|R\rangle,$$

$$H|R\rangle = E_0|R\rangle + t|L\rangle.$$

Stellen Sie die Matrixdarstellung des Hamiltonoperators H in der Basis $\{|L\rangle, |R\rangle\}$ auf.

c) Berechnen Sie die Eigenwerte und normierten Eigenzustände von H?

d) Nehmen Sie an, ein Teilchen sei im Zustand $|L\rangle$ oder $|R\rangle$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man das Teilchen in einem der beiden Eigenzustände messen?

f) Nehmen Sie an, ein Teilchen sei in einem der Eigenzustände von H. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man das Teilchen in den Zuständen $|L\rangle$ und $|R\rangle$ messen?

Aufgabe 35: Störungstheorie für ein Zwei-Niveau-System (mündlich)

Betrachten Sie ein Zwei-Niveau-System mit dem Hamiltonoperator

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 \end{pmatrix}$$

und einer Störung

$$\hat{W} = \begin{pmatrix} 0 & r \\ r & 0 \end{pmatrix},$$

wobei $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 2\Delta$ und $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0$.

a) Berechnen Sie die Korrektur erster Ordnung der Eigenfunktionen und die Korrektur zweiter Ordnung des Energiespektrums für den Fall $\Delta \gg r$.

b) Bestimmen Sie die Korrektur des Eigenwerts in erster Ordnung und die richtigen Funktionen nullter Ordnung für den Fall $\Delta = 0$. Beachten Sie, dass das Energieniveau in diesem Fall zweifach entartet ist!

c) Skizzieren Sie das Energiespektrum als Funktion von Δ (Δ kann auch negativ sein.). Verwenden Sie die Ergebnisse aus (a) und (b) und diskutieren Sie die Δ-Abhängigkeit des Energiespektrums.

Aufgabe 36: Spin und Pauli-Matrizen (schriftlich - 7 Punkte)

In der Vorlesung wurden folgende Beziehungen für Drehimpulsoperatoren gefunden:

$$L^2|lm\rangle = \hbar^2 l(l+1)|lm\rangle,$$
$$L_z|lm\rangle = \hbar m|lm\rangle,$$
$$L_\pm|lm\rangle = \hbar\sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)}|l, m \pm 1\rangle.$$

a) (3 Punkte) Berechnen Sie die Matrixdarstellung von $S_\pm$ und S^2 für den Spinoperator $\mathbf{S}$ ("Eigendrehimpuls") mit $l = s = \frac{1}{2}$.

Hinweise: $\mathbf{S}$ befolgt wie $\mathbf{L}$ die obigen Beziehungen. Benennen Sie die beiden möglichen Zustände $|l{=}\frac{1}{2}, m{=}\frac{1}{2}\rangle = |\uparrow\rangle$ und $|l{=}\frac{1}{2}, m{=}-\frac{1}{2}\rangle = |\downarrow\rangle$.

b) (3 Punkte) Bestimmen Sie nun die Matrixdarstellung für die Komponenten des Spinoperators $\mathbf{S}$.

c) (1 Punkt) Finden Sie damit die Beziehung zwischen dem Spinoperator $\mathbf{S}$ und den sog. Pauli-Matrizen.