

Quantencomputing und Quantensimulation
Wintersemester 2023 - Übungsblatt 7

Ausgabe: 08.12.2023, Abgabe: 15.12.2023, Übungen: 18.12.2023

Aufgabe 18: Versteckte Untergruppen (2 Punkte)

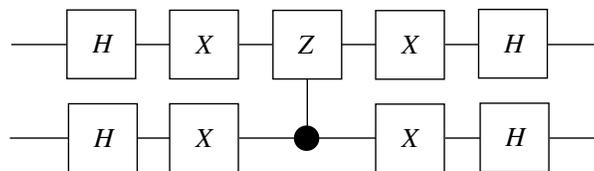
Gegeben sei eine Funktion $f : \{0, 1\}^3 \mapsto \{0, 1\}^2$ mit $f(x_2x_1x_0) = x_2x_0$ ($x_i \in \{0, 1\}$). Der Funktionswert ergibt sich also aus dem ersten und letzten Bit der Eingabe.

- a) (1 Punkt) Wie lautet die durch f versteckte Untergruppe K ? Geben Sie alle Nebenklassen gK dieser Funktion an.
- b) (1 Punkt) Durch welchen Quantenalgorithmus lässt sich die versteckte Untergruppe der Funktion f bestimmen?

Aufgabe 19: Grover-Algorithmus (5 Punkte)

Eine Iteration des Grover-Algorithmus $U = U_s U_a$ besteht aus dem Aufruf eines Orakels U_a und einer Spiegelung U_s um den Zustand $|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} |k\rangle$ mit N als der Größe der Datenbank. Betrachten Sie eine Datenbank der Größe $N = 4$, bei der der gesuchte Zustand $|x_a\rangle$ durch $|x_a\rangle = |00\rangle$ gegeben sei. In diesem Fall reicht eine Iteration des Algorithmus um den gesuchten Zustand zu erhalten.

- a) (1 Punkt) Skizzieren Sie einen Schaltkreis zur Implementierung des Orakels $U_a = \mathbb{1} - 2|x_a\rangle\langle x_a|$.
- b) (2 Punkte) Zeigen Sie, dass der unten abgebildete Schaltkreis für $U_s = 2|++\rangle\langle ++| - \mathbb{1}$ tatsächlich eine Spiegelung um $|s\rangle = |++\rangle$ beschreibt. Überlegen Sie sich dazu, wie U_s auf die Basiszustände in der $|\pm\rangle$ -Basis mit $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \pm |1\rangle)$ wirkt und vergleichen Sie die Ergebnisse mit dem abgebildeten Schaltkreis.



- c) (2 Punkte) Skizzieren Sie den Schaltkreis für den Grover-Algorithmus für eine Iteration. Berechnen Sie die Zustände nach dem Orakel und am Ende des Schaltkreises.